

2019~2020学年天津和平区天津市第一中学高一下学期期末数学试卷

一、选择题

(本大题共10小题, 每小题3分, 共30分)

1. 若复数 z_1 对应复平面内的点 $(2, -3)$, 且 $z_1 \cdot z_2 = 1 + i$, 则复数 z_2 的虚部为().

- A. $-\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $-\frac{1}{13}$ D. $\frac{1}{13}$

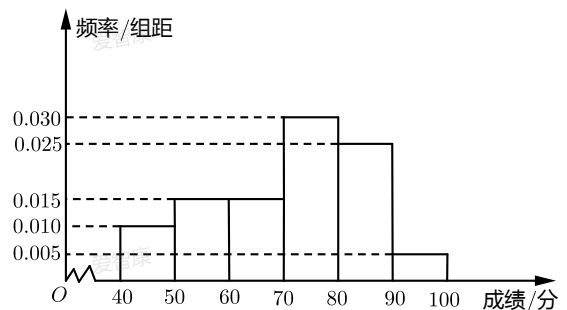
2. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 下列命题中正确的是().

- A. 若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ B. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$
C. 若 $m \perp \alpha, m \parallel n$, 则 $n \perp \alpha$ D. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha$, 则 $m \parallel \beta$

3. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 向量 $\vec{a} = (x, 1), \vec{b} = (1, y), \vec{c} = (2, -4)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{c}, \vec{b} \parallel \vec{c}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| = ()$.

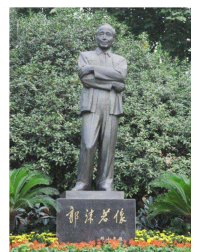
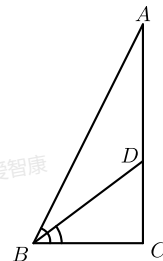
- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{10}$ D. 10

4. 某社区组织“学习强国”的知识竞赛, 从参加竞赛的市民中抽出40人, 将其成绩分成以下6组: 第1组 $[40, 50)$, 第2组 $[50, 60)$, 第3组 $[60, 70)$, 第4组 $[70, 80)$, 第5组 $[80, 90)$, 第6组 $[90, 100]$, 得到如图所示的频率分布直方图, 现采用分层抽样的方法, 从第2, 3, 4组中按分层抽样抽取8人, 则第2, 3, 4组抽取的人数依次为().



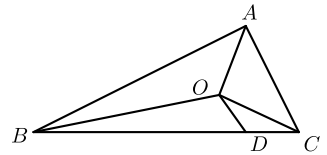
- A. 1, 3, 4 B. 2, 3, 3 C. 2, 2, 4 D. 1, 1, 6

5. 雕塑成了大学环境不可分割的一部分, 有些甚至能成为这个大学的象征, 在中国科学技术大学校园中就有一座郭沫若的雕像. 雕像由像体 AD 和底座 CD 两部分组成. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 70.5^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中, $\angle DBC = 45^\circ$, 且 $CD = 2.3$ 米. 则像体 AD 的高度为().

(最后结果精确到0.1米, 参考数据: $\sin 70.5^\circ \approx 0.943, \cos 70.5^\circ \approx 0.334, \tan 70.5^\circ \approx 2.824$)

- A. 4.0米 B. 4.2米 C. 4.3米 D. 4.4米

6. 如图, O 是 $\triangle ABC$ 的重心, $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AC} = \vec{b}$, D 是边 BC 上一点, 且 $\vec{BD} = 3\vec{DC}$, 则().



A. $\overrightarrow{OD} = -\frac{1}{12}\vec{a} + \frac{5}{12}\vec{b}$
 C. $\overrightarrow{OD} = -\frac{1}{12}\vec{a} - \frac{5}{12}\vec{b}$

B. $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{12}\vec{a} - \frac{5}{12}\vec{b}$
 D. $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{12}\vec{a} + \frac{5}{12}\vec{b}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{c-b}{2c}$ (a, b, c 分别为角 A, B, C 的对应边), 则 $\triangle ABC$ 的形状为()

- A. 正三角形 B. 直角三角形 C. 等腰直角三角形 D. 等腰三角形

8. 下列各对事件中, 不互为相互独立事件的是() .

- A. 掷一枚骰子一次, 事件 M “出现偶数点”, 事件 N “出现3点或6点”
 B. 袋中有3白、2黑共5个大小相同的小球, 依次有放回地摸两球, 事件 M “第一次摸到白球”, 事件 N “第二次摸到白球”
 C. 袋中有3白、2黑共5个大小相同的小球, 依次不放回地摸两球, 事件 M “第一次摸到白球”, 事件 N “第二次摸到黑球”
 D. 甲组3名男生, 2名女生, 乙组2名男生, 3名女生, 现从甲、乙两组中各选1名同学参加演讲比赛, 事件 M “从甲组中选出1名男生”, 事件 N “从乙组中选出1名女生”

9. 已知 S, A, B, C 是球 O 表面上的点, $SA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $SA = AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, 则球 O 的体积等于() .

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

10. 已知边长为2的菱形 $ABCD$ 中, 点 F 为 BD 上一动点, 点 E 满足 $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD} = -\frac{2}{3}$, 则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{EF}$ 的最小值为() .

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $-\frac{152}{75}$ D. $-\frac{73}{36}$

二、填空题

(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

11. i 是虚数单位, 则 $\left| \frac{5-i}{1+i} \right|$ 的值为 _____ .

12. 掷一枚骰子的试验中, 出现各点的概率均为 $\frac{1}{6}$, 事件 A 表示 “出现小于5的偶数点”, 事件 B 表示 “出现小于5的点数”, 则一次试验中, 事件 $A \cup \bar{B}$ ($\bar{B}$ 表示事件 B 的对立事件) 发生的概率为 _____ .

13. 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的全面积与侧面积的比是 _____ .

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 2AB = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, O 是 BC 的中点, M 是 AO 上一点, 且 $\overrightarrow{AO} = 3\overrightarrow{MO}$, 则 $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC}$ 的值是 _____ .

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a^2 - b^2 = \sqrt{3}bc$, $\sin C = 2\sqrt{3}\sin B$, 则 $A =$ _____ .

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $|\overrightarrow{AC}| = 2$, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $|\overrightarrow{AD}| = \frac{\sqrt{37}}{3}$, 则 $|\overrightarrow{AB}| =$ _____; 设 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 且 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 4$, 则 λ 的值为 _____ .

三、解答题

(本大题共4小题, 共46分)

17. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ， $\sqrt{2}\cos C(a\cos B + b\cos A) + c = 0$ 。

(1) 求角 C 的大小。

(2) 若 $a = \sqrt{2}$ ， $b = 2$ 求：

① 边长 c 。

② $\sin(2B - C)$ 的值。

18. 某校参加夏令营的同学有3名男同学 A 、 B 、 C 和3名女同学 X 、 Y 、 Z ，其所属年级情况如下表：

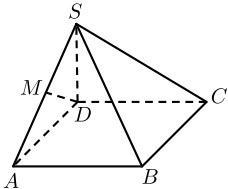
	高一年级	高二年级	高三年级
男同学	A	B	C
女同学	X	Y	Z

现从这6名同学中随机选出2人参加知识竞赛（每人被选到的可能性相同）。

(1) 用表中字母写这个试验的样本空间。

(2) 设 M 为事件“选出的2人来自不同年级且恰有1名男同学和1名女同学”，写出事件 M 的样本点，并求事件 M 发生的概率。

19. 如图，四棱锥 $S - ABCD$ 的底面是边长为1的正方形， SD 垂直于底面 $ABCD$ ， $SD = 1$ 。

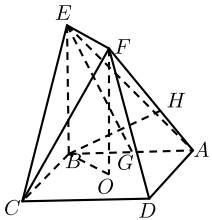


(1) 求证 $BC \perp SC$ 。

(2) 求平面 SBC 与平面 $ABCD$ 所成二面角的大小。

(3) 设棱 SA 的中点为 M 。求异面直线 DM 与 SB 所成角的大小。

20. 如图，正方形 $ABCD$ 的中心为 O ，四边形 $OBEF$ 为矩形，平面 $OBEF \perp$ 平面 $ABCD$ ，点 G 为 AB 的中点， $AB = BE = 2$ 。



(1) 求证： $EG \parallel$ 平面 ADF 。

(2) 求二面角 $O - EF - C$ 的正弦值。

(3) 设 H 为线段 AF 上的点，且 $AH = \frac{2}{3}HF$ ，求直线 BH 和平面 CEF 所成角的正弦值。

爱智康

爱智康

爱智康

爱智康

爱智康

爱智康